

1. Calculer le rang, étudier la nature et résoudre en utilisant la méthode d'élimination de Gauss, les systèmes suivants:

$$a) \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + 3y + z = 2 \\ x - 4y - 6z = 2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x + y - 2z + 3w = 1 \\ 3x + 2y - z + 2w = 4 \\ 3x + 3y + 3z - 3w = 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ x + 3y + z = 11 \\ 2x + 5y - 4z = 13 \\ 4x + 11y = 37 \end{cases} \quad d) \begin{cases} x - 3y + 4z - 2w = 5 \\ x - y + 9z - w = 7 \\ x - 2y + 7z - 2w = 9 \end{cases}$$

- (a) Résoudre par la méthode d'élimination de Gauss chacun des systèmes suivants:

$$(S_1) \begin{cases} x + 2y - 2z + 3w = 2 \\ 2x + 4y - 3z + 4w = 5 \\ 5x + 10y - 8z + 11w = 12 \end{cases}$$

$$(S_2) \begin{cases} x + 2y - 3z + t - w = 0 \\ x + 3y - 4z + w = 0 \\ 2x + 5y - 7z + t = 0 \end{cases}$$

- (b) Trouver une base de solution de (S_2)
(c) En déduire deux solutions particulières de (S_2)

2. Soient les vecteurs $v_1 = (1, 1, 0, 2)$, $v_2 = (-1, 0, 2, 1)$, $v_3 = (0, 1, 2, 3)$ et $v_4 = (1, 3, 4, 8)$. On appelle relation linéaire entre les vecteurs v_i , toute relation de la forme

$$xv_1 + yv_2 + zv_3 + tv_4 = 0$$

Déterminer les relations linéaires liant les vecteurs v_i de \mathbb{R}^4

3. Résoudre, en discutant selon les paramètres réels m et λ , le système suivant

$$\begin{cases} mx + 2y + 2z = 0 \\ 2x + my + 2z = 0 \\ 2x + 2y + mz = \lambda \end{cases}$$

4. (a) Discuter, d'après les valeurs de $k, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ le système

$$\begin{cases} 2x + y - z = \alpha \\ y + 3z = \beta \\ 2x + ky + 2z = \gamma \end{cases}$$

- (b) Si $k = 0$, le système est-il un système de Cramer. Trouver dans ce cas une solution du système lorsque $\alpha = -1, \beta = 2$ et $\gamma = 1$