الدورة الإستثنائية للعام 2009	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم عامة	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة أربع ساعات	عدد المسائل : ست

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات0
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)0

I- (2 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Écrire le numéro de chaque question et donner, en justifiant, la réponse qui lui correspond.

Nº	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Soit f la fonction définie sur $IR-\{0\}$ par $f(x)=\frac{1}{x}$ et g la fonction définie sur IR-$\{1\}$ par $g(x)=\frac{x}{x-1}$. Le domaine de définition de $g\circ f$ est :	$IR-\{0\}$	$IR-\{1\}$	$IR-\{0;1\}$
2	$\neg\,(p\Rightarrow q)$ est équivalente à :	$p\wedge(\neg\, q)$	$(\neg\, p)\wedge(\neg\, q)$	$(\neg\, q)\Rightarrow(\neg\, p)$
3	A, M et N sont trois points distincts d'affixes respectives i, z_1 et z_2. Si $z_2=iz_1+1+i$, alors le triangle AMN est:	équilatéral	demi-équilatéral	rectangle isocèle
4	Avec 10 points distincts situés sur un cercle on peut déterminer :	720 triangles	120 triangles	150 triangles
5	La fonction f définie sur $]0\,;1]$ par $f(x)=\sqrt{\frac{1-x}{x}}$, admet une fonction réciproque g définie par :	$g(x)=\sqrt{\frac{x}{1-x}}$	$g(x)=\frac{1}{x^2-1}$	$g(x)=\frac{1}{x^2+1}$
6	Si $z=-2\left(\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)+i\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$, alors $\arg(\bar{z})=$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$

II- (2 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère le point A(–1 ; 1 ; 0) , le plan (P) d'équation $x - 2y + 2z - 6 = 0$ et la droite (D) définie par le système $x = 2m - 3$; $y = 3m - 2$; $z = 2m - 2$ (m est un paramètre réel).

1) a- Vérifier que A n'appartient pas à (P) et calculer la distance de A à (P).

b- Montrer que (D) passe par A et qu'elle est parallèle à (P).

2) a- Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (d) passant par A et perpendiculaire à (P).

b- Déterminer les coordonnées du point B intersection de (d) et (P).

c- Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (Δ_0) passant par B et parallèle à (D) et montrer que (Δ_0) est une droite du plan (P).

3) Soit (Δ) une droite du plan (P) , distincte de (Δ_0) et passant par B .

a- Montrer que (Δ) et (D) ne sont pas coplanaires .

b- Montrer que (AB) est perpendiculaire à (Δ) et à (D).

III- (3 points)

Dans un plan orienté on donne un rectangle ABCD tel que :

$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right) = \frac{\pi}{2}(\operatorname{mod} 2\pi)$, $AB = 4$ et $AD = 3$.

Soit H le projeté orthogonal de A sur (BD) et h l'homothétie de centre H qui transforme D en B .

1) a- Déterminer l'image de la droite (AD) par h.

b- En déduire l'image E du point A par h. Placer E.

c- Construire le point F image de B par h et le point G image de C par h puis déterminer l'image du rectangle ABCD par h.

2) Soit S la similitude directe qui transforme A en B et D en A .

a- Déterminer un angle de S .

b- Déterminer l'image de la droite (AH) par S et l'image de la droite (BD) par S.

c- En déduire que H est le centre de S .

3) Montrer que $S(B) = E$ et en déduire que $S \circ S(A) = h(A)$.

4) Montrer que $S \circ S = h$.

IV- (3 points)

Une urne contient **trois** boules blanches et **deux** boules noires.

Un joueur tire **successivement** et **au hasard** trois boules de l'urne en respectant la règle suivante:

Pour chaque tirage : si la boule tirée est noire, il la remet dans l'urne ;

si elle est blanche, il ne la remet pas dans l'urne.

1) a- Calculer la probabilité de tirer dans l'ordre : une boule noire, une boule noire et une boule blanche.

b-Montrer que la probabilité qu'il y ait une seule boule blanche parmi les trois boules tirées est égale à $\frac{183}{500}$.

2) Lors du tirage des trois boules, le joueur marque trois points pour chaque boule blanche tirée et marque deux points pour chaque boule noire tirée.

On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des points marqués par le joueur.

a- Montrer que les valeurs possibles de X sont : 6, 7, 8 et 9.

b- Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

3) Le joueur tire maintenant **successivement** et **au hasard** n boules de l'urne ($n > 3$) en respectant la même règle.

a- Calculer, en fonction de n, la probabilité de l'événement : « le joueur tire n boules noires ».

b- Calculer, en fonction de n, la probabilité P_n de l'événement :

« le joueur tire au moins une boule blanche ».

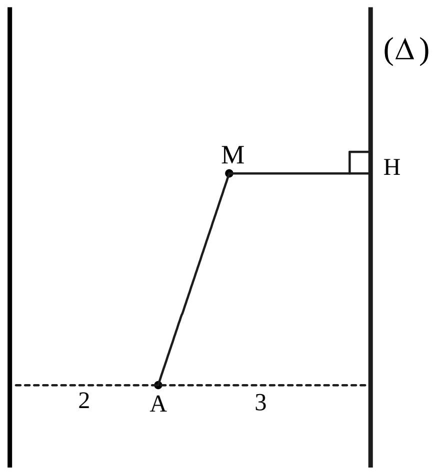
c- Quel est le nombre minimal de boules que le joueur doit tirer pour que $P_n \geq 0{,}99$?

V- (3 points)

Dans un plan, on donne deux droites parallèles (d) et (Δ) distantes de $5\,\text{cm}$ et un point A situé entre (d) et (Δ) à une distance de $3\,\text{cm}$ de (Δ).

M est un point variable du plan et H son projeté orthogonal sur (Δ).

1) Montrer que si MA + MH = 5 cm, alors M se déplace sur une parabole (S) de foyer A.



Dans ce qui suit , le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j})$ *tel que* A(1 ; 0) .

2) a- Montrer que $y^2 = 4x$ est une équation de la parabole (S) .

b- Tracer (S) .

3) Soit E un point de (S) d'**ordonnée** a telle que $a \neq 0$.

Montrer que $4x - 2ay + a^2 = 0$ est une équation de la tangente (d_1) à (S) en E .

4) Soit G un point de (S) d'ordonnée b tel que $E\hat{O}G = 90^\circ$.

a- Montrer que $ab = -16$.

b- La tangente (d_2) à (S) en G coupe (d_1) en un point L .

Montrer que , lorsque E et G varient sur (S) tels que $E\hat{O}G = 90^\circ$, le point L décrit une droite que l'on déterminera.

VI- (7 points)

A-

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = e^{2x} - 4e^{x} + 3$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) a- Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

b- Résoudre l'équation f(x) = 0 .

2) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.

3) Montrer que O est un point d'inflexion de (C).

4) Ecrire une équation de la tangente (T) en O à (C).

5) Soit h la fonction définie sur IR par $h(x) = f(x) + 2x$.

a- Montrer que $h'(x) \geq 0$ pour tout réel x.

b- En déduire, suivant les valeurs de x, la position relative de (C) et (T).

6) Tracer (T) et (C).

7) Calculer l'aire du domaine limité par (C) , l'axe des abscisses et les deux droites d'équations:
x = 0 et x = ln3.

8) a- Montrer que f admet, sur $[\ln 2; +\infty[$, une fonction réciproque f^{-1}.

b- Montrer que l'équation $f(x) = f^{-1}(x)$ admet une solution unique α et vérifier que $1{,}2 < \alpha < 1{,}3$.

B-

Soit g la fonction donnée par $g(x) = \ln[f(x)]$.

On désigne par (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) Justifier que le domaine de définition de g est $]-\infty; 0[\cup]\ln 3; +\infty[$.

2) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$. Déduire une asymptote (D) à (Γ).

3) Montrer que la droite (d) d'équation $y = 2x$ est une asymptote à (Γ) en $+\infty$.

4) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (Γ) avec (d) et (D).

5) Dresser le tableau de variations de g.

6) Tracer (Γ) .