وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم عامة	دورة سنة 2009 العادية
عدد المسائل : ست	مسابقة في مادة الرياضيات المدة أربع ساعات	الاسم: الرقم:

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات

يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I- (2 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Écrire le numéro de chaque question et donner, ***en justifiant***, la réponse qui lui correspond.

N^o	Questions	Réponses			
		a	b	c	d
1	t et m sont deux réels ; $(d):\begin{cases}x=-5t\\y=t-1\\z=t+1\end{cases}$ et $(d'):\begin{cases}x=10m\\y=8m\\z=-7m+8\end{cases}$ Les droites (d) et (d') sont :	confondues	concourantes	parallèles	non coplanaires
2	La solution de l'équation différentielle : $Y'' + 4Y' + 4Y = 0$ vérifiant $Y'(0) = Y(0) = 1$ est :	$(2x+1)e^{2x}$	$(-3x+1)e^{-2x}$	$(3x+1)e^{-2x}$	$(-x+1)e^{2x}$
3	Une solution de l'équation $\cos(\arcsin\frac{1}{x}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ est :	$\frac{-2}{\sqrt{3}}$	1	2	-1
4	$h(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ avec $-1 < x < 1$. Une primitive H de h est :	$\arccos(x-1)$	$\arcsin(1-x)$	$\arcsin(1-x^2)$	$\arctan\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
5	La partie imaginaire de z tel que : $\left\|\frac{z-2i}{z+i}\right\| = 1$ est :	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	0	-2

II- (2 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k}\,)$.
On considère les points A(4 ; 3 ; 2) , B(–8 ; –1 ; 6) et le plan (P) d'équation x – y – z + 4 = 0.

1) a- Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (AB).
b- Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de (AB) avec (P).
c- Montrer que A et B sont situés de part et d'autre du plan (P).

2) Soit (d) l'ensemble des points de (P) qui sont équidistants de A et B .
a-Trouver une équation du plan médiateur (Q) de [AB].
b- Montrer que (d) est la droite définie par le système d'équations paramétriques :

$x = m - \dfrac{3}{2}$; $y = -m - 1$; $z = 2m + \dfrac{7}{2}$. (m est un réel)

3) Soit J le projeté orthogonal de A sur (d) .
Calculer les coordonnées de J et montrer que (d) est perpendiculaire au plan (ABJ).

III- (3 points)

Une équipe de football propose, à ses supporters, des abonnements saisonniers pour 6, 8 ou 10 matchs.
Parmi les supporters qui ont pris un abonnement, on constate que :
▫ 45 % ont choisi l'abonnement pour 6 matchs,
▫ 35 % ont choisi l'abonnement pour 8 matchs,
▫ le reste a choisi l'abonnement pour10 matchs.
On interroge au hasard un supporter ayant pris un abonnement.

1) L'abonnement pour 6 matchs coûte n LL, celui pour 8 matchs coûte (n + 4 000) LL, et celui pour 10 matchs coûte (n + 6 000) LL.
On désigne par Y la variable aléatoire égale à la somme dépensée par le supporter interrogé.
a- Calculer n pour que l'espérance mathématique de Y soit égale à 22 600.
b- Pour la valeur trouvée de n, représenter graphiquement la fonction de répartition de Y.

2) On sait que 85% des supporters qui ont pris un abonnement sont des garçons, et parmi ces garçons 40 % ont choisi l'abonnement pour 6 matchs.
On considère les évènements suivants :
G :« Le supporter interrogé est un garçon».
A :« Le supporter interrogé a choisi l'abonnement pour 6 matchs».
a- Vérifier que la probabilité $P(G\cap A)$ est égale à 0 ,34 puis calculer la probabilité $P(G\cap \overline{A})$.
b- Calculer P(G/A).

IV- (3 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O\ ;\ \vec{u}\ ,\ \vec{v}\right)$, on associe à tout point M d'affixe z, le point M' d'affixe z' tel que $z' = f(z) = z^2 - (4+5i)z + 7i - 1$.

1) a- Calculer les racines carrées du nombre complexe $-5+12i$.
   b- Résoudre l'équation $f(z) = 0$.

2) On pose $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$.
   Montrer que $x' = x^2 - y^2 - 4x + 5y - 1$ et $y' = 2xy - 5x - 4y + 7$.

3) Montrer que lorsque M varie sur la droite d'équation $y = x$, M' varie sur une parabole (P) dont on déterminera le paramètre, le foyer et la directrice .

4) a- Montrer que lorsque M' varie sur l'axe des ordonnées , le point M varie sur une hyperbole (H) dont on déterminera une équation , les asymptotes et les sommets. Tracer (H).
   b- Soit $L(1\ ;\ 1)$ un point de (H). Ecrire une équation de la tangente en L à (H).

V- (3 points)

ABCD est un carré de côté 2 et de centre O tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) = \frac{\pi}{2}(2\pi)$. E et F sont les milieux respectifs de [AB] et [BC] et G est le milieu de [BF].
Soit S la similitude plane directe qui transforme A en B et D en E.
1) Calculer un angle et le rapport de S.

2) Vérifier que S(B) = F et déterminer S(E).

3) Soit h = SoS.
   a- Montrer que h est une homothétie dont on précisera le rapport.
   b- Démontrer que le centre I de S est le point d'intersection de (AF) et (DG).
   c- Déterminer l'image par S du carré ABCD et en déduire la nature du triangle OIC.

4) Soit (A_n) la suite des points définie par : $A_0 = A$ et $A_{n+1} = S(A_n)$ pour tout entier naturel n.
   a- On pose $L_n = A_nA_{n+1}$ pour tout n. Prouver que (L_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.
   Calculer $S_n = L_0 + L_1 + \ldots\ldots\ldots + L_n$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.
   b-Calculer $\left(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IA_n}\right)$ en fonction de n et démontrer que si n est pair, alors les points I, A et A_n sont alignés.

VI- (7 points)

On considère la fonction h définie sur IR par : $h(x) = e^{2x} + 2e^{x} - 2$.

A –

1) a- Résoudre l'équation h(x) = 0.

b- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$.

2) a- Dresser le tableau de variations de h.

b- Tracer la courbe représentative (H) de h dans un repère orthonormé.

c- Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (H) , l'axe des abscisses et les deux droites d'équations x = 0 et x = 1.

B –

Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = \dfrac{e^{2x}+2}{e^{x}+1}$ et f la fonction donnée par f(x) = ln(g(x)).

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un nouveau repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\right)$. (unité graphique : 2 cm)

1) a-Montrer que f est définie pour tout réel x.

b- Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et en déduire une asymptote (d) à (C).

2) a- Montrer que $f(x) = x + \ln\left(\dfrac{1+2e^{-2x}}{1+e^{-x}}\right)$.

b- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et démontrer que la droite (d') d'équation y = x est asymptote à (C).

c- Etudier suivant les valeurs de x la position relative de (C) et (d').

3) a- Montrer que $g'(x) = \dfrac{e^{x}\left(h(x)\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$.

b- Montrer que f '(x) et h(x) ont même signe et dresser le tableau de variations de f.

c- Trouver l'abscisse du point de la courbe (C) où la tangente à (C) est parallèle à (d').

4) Tracer (d), (d') et (C).

C –

On désigne par f^{-1} la fonction réciproque de f sur l'intervalle [0 ; + ∞ [;
(C') est la courbe représentative de f^{-1}.

1) Tracer (C') dans le repère $\left(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\right)$.

2) Ecrire une équation de la tangente à (C') au point d'abscisse ln2.