وزارة التربية والتعليم العالي **المديرية العامة للتربية** **دائرة الامتحانات**	**امتحانات شهادة الثانوية العامة** **فرع العلوم العامة**	**دورة سنة2007 العادية**
عدد المسائل: ست	**مسابقة في مادة الرياضيات** **المدة: أربع ساعات**	**الاسم:** **الرقم:**

ملاحظة: :يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I – (2 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, **en justifiant**, la réponse qui lui correspond.

Nº	Questions	Réponses			
		a	b	c	d
1	$z=-\sqrt{3}-i$. Un argument de $\bar{z}$ est :	$\frac{-\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
2	$\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{12} =$	1	-1	e^3	3
3	$C_{10}^6 - C_9^6 =$	1	C_9^5	C_{19}^6	0
4	h est une fonction définie sur IR par $h(x)=\frac{1}{4+x^2}$; une primitive H de h est donnée par H(x) =	$\arctan\frac{x}{2}$	$\ln(4+x^2)$	$\frac{1}{2}\arctan\frac{x}{2}$	2arctanx
5	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(e^x+1)}{x} =$	1	0	e	$+\infty$
6	Si les affixes des points A, B et C vérifient la relation $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} = 2$; alors	C est le milieu de [AB]	B est le milieu de [AC]	A, B et C forment un triangle rectangle	A, B et C sont sur un même cercle

II– (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les droites (d_1) et (d_2) définies par : (d_1) : $\begin{cases} x = m \\ y = m-1 \\ z = 1 \end{cases}$ et (d_2) : $\begin{cases} x = -t+1 \\ y = t \\ z = -2t+4 \end{cases}$ (m et t sont des réels).

1) Démontrer que (d_1) et (d_2) sont orthogonales et non coplanaires.

2) Vérifier que le vecteur $\vec{n}$ $(-1; 1; 1)$ est orthogonal à (d_1) et (d_2).

3) Démontrer qu'une équation du plan (P) contenant (d_1) et parallèle à $\vec{n}$ est $x - y + 2z - 3 = 0$.

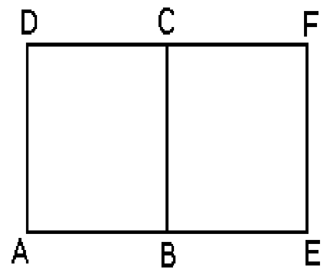
4) La droite (d_2) coupe le plan (P) en B. Déterminer les coordonnées de B.

5) Démontrer que la droite (D) passant par B et de vecteur directeur $\vec{n}$ coupe la droite (d_1) au point A $(1 ; 0 ; 1)$.

6) Soit (Q) le plan contenant (d_1) et perpendiculaire au plan (P) et M un point variable de (d_2). Démontrer que la distance de M à (Q) est égale à AB.

III– (3 points)

Dans un plan orienté, on donne un rectangle direct AEFD tel que : $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$ (2π), $AE = 2\sqrt{2}$ et $AD = 2$.



On désigne par B et C les milieux respectifs de [AE] et [FD].
Soit S la similitude plane directe qui transforme A en C et E en B.

1) a- Déterminer le rapport k et un angle α de S.
   b- Montrer que S (F) = E et déduire S (D).

2) Soit W le centre de S et soit h la transformation définie par h = S o S.
   a- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de h.
   b- Trouver h (D) et h (F) et construire le point W.

3) On désigne par I le milieu de [BE].
   a- Démontrer que W, C et I sont alignés.
   b- Exprimer $\overrightarrow{WC}$ en fonction de $\overrightarrow{WI}$.

4) Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(A; \vec{u}, \vec{v})$ avec $z_B = \sqrt{2}$ et $z_D = 2i$.
   a- Trouver la forme complexe de S.
   b- Déterminer l'affixe de W.

IV– (2 points)

Monsieur Khalil a trois fils : Sami, Farid et Zahi mariés et pères de familles.

Les enfants de ces trois familles sont répartis selon le tableau suivant :

	Famille de Sami	Famille de Farid	Famille de Zahi
Filles	2	1	3
Garçons	2	3	1

Le grand père Khalil décide de choisir au hasard **un enfant de chaque famille** pour l'accompagner à son village.

1) Quelle est la probabilité qu'il choisisse trois filles?

2) Soit les événements suivants :

F : «L'enfant choisi de la famille de Sami est une fille ».

G: «L'enfant choisi de la famille de Sami est un garçon ».

A: «Les trois enfants choisis sont deux filles et un garçon ».

a- Démontrer que la probabilité p (A/F) est égale à $\frac{5}{8}$.

b- Calculer p (A/G) et p (A).

3) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de filles choisies par le grand père.
Déterminer la loi de probabilité de X.

V– (3 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points A (5 ; 0), F (3 ; 0) et la droite (δ) d'équation $x = \frac{25}{3}$.

Soit (E) l'ellipse de foyer F, de directrice (δ), d'excentricité **e** et dont A est un sommet principal.

1) a- Vérifier que $\mathbf{e} = \frac{3}{5}$.

b- Vérifier que le point A' (–5 ; 0) est l'autre sommet principal de (E) et en déduire le centre de (E).

c- Ecrire une équation de (E) et tracer (E).

d- Calculer l'aire du domaine limité par l'ellipse (E) et son cercle principal.

2) Soit G et G ' les points de (E) d'abscisse 3.

a- Ecrire une équation de la tangente (D) en G à (E) et une équation de la tangente (D') en G ' à (E).

b- Vérifier que les droites (D), (D') et (δ) se coupent en un même point H sur l'axe des abscisses.

c- Montrer que tan $\widehat{FHG}$ = **e**.

VI– (7points)

A- Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = x + xe^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ *(unité 2 cm).*

1) a- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et montrer que la droite (d) d'équation y = x est une asymptote à (C).

b- Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$.

2) a- Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.

b- Dresser le tableau de variations de f ' et en déduire que $f'(x) > 0$.

c- Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées.

d- Dresser le tableau de variations de f.

3) Déterminer les coordonnées du point A de la courbe (C) où la tangente (T) est parallèle à la droite (d) d'équation y = x.

4) Montrer que l'équation f(x) = 1 admet une racine unique α et vérifier que $0,65 < \alpha < 0,66$.

5) Tracer (d), (T) et (C).

6) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'asymptote (d) et les deux droites d'équations x = 0 et x = 1.

7) On désigne par g la fonction réciproque de f et par (G) sa courbe représentative dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Préciser l'asymptote et la direction asymptotique de (G) et tracer (G).

B- Soit f_n la fonction définie sur IR par $f_n(x) = x + x^n e^{-x}$ (n est un entier naturel non nul)

et soit la suite (U_n) définie par : $U_n = \int_0^1 [f_n(x) - x]\,dx$.

1) Déterminer la valeur de U_1.

2) Montrer que $0 \le x^n e^{-x} \le 1$ sur [0 ; 1] et en déduire que la suite (U_n) est bornée.

3) Démontrer que la suite (U_n) est décroissante. La suite (U_n) est-elle convergente ? Justifier.