| | | |
|---|---|---|
| وزارة التربية والتعليم العالي<br>المديرية العامة للتربية<br>دائرة الامتحانات | امتحانات الشهادة الثانوية العامة<br>فرع علوم الحياة | دورة سنة 2006 الأستثنائية |
| عدد المسائل: اربع | مسابقة في مادة الرياضـــيات<br>المدة: ساعتان | الاسم:<br>الرقم: |

ملاحظة: يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات
يستطيع المرشح الاجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

**I-(3,5 points)**

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u}\,,\,\vec{v})$,
on donne les points A, B et M d'affixes respectives 2, 4 et z (avec $z \neq 2$).

Soit M' le point d'affixe z' tel que $z' = \dfrac{z-4}{z-2}$.

1) a- Donner une interprétation géométrique de $|z'|$ , $|z-4|$ et $|z-2|$.
   b- Déterminer l'ensemble des points M lorsque M' décrit le cercle de centre O et de rayon 1.

2) Soit $z = x + i\,y$ et $z' = x' + i\,y'$.
   a- Exprimer $x'$ et $y'$ en fonction de x et y.
   b- Lorsque z ' est réel, sur quelle ligne se déplace le point M ?

**II- (4 points)**

Une urne U contient **quatre** boules numérotées **1**, **trois** boules numérotées **2** et **une** boule numérotée **5**.
Une autre urne V contient **trois** boules numérotées **1** et **cinq** boules numérotées **2**.

A- On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne U.
   Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
   E : « les deux boules tirées portent le même numéro »
   F : « le produit des deux numéros portés par les deux boules tirées est 10 ».

B- On tire au hasard une boule de l'urne U et une boule de l'urne V.
   Soit X la variable aléatoire égale à la somme des deux numéros portés par les deux boules tirées.

1) Donner les cinq valeurs possibles de X.
2) Vérifier que la probabilité d'avoir X = 3 est égale à $\dfrac{29}{64}$.
3) Déterminer la loi de probabilité de X.

III-**(4 points)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$,on donne :

le plan (P) d'équation : $x + y + z - 4 = 0$,

les points A ( 3 ;1 ; 0 ) , B( 1 ;2 ;1), C( 1 ; 1 ;2) et E( 2 ; 0 ;-1).

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.

2) a- Vérifier que (P) est le plan déterminé par A, B et C.

b- Montrer que la droite (AE) est perpendiculaire au plan (P).

3) On désigne par (Q) le plan passant par A et perpendiculaire à (BE). Ecrire une équation de (Q).

4) Les plans (P) et (Q) se coupent suivant une droite (D).

a- Démontrer que les droites (D) et (BC) sont parallèles.

b- Soit L un point quelconque de (BC) et H son projeté orthogonal sur (Q).

Montrer que LH reste constante lorsque L décrit la droite (BC).

IV-**(8,5 points)**

A- On donne l'équation différentielle (E) : $y' - y - e^{x} + 1 = 0$ .

On pose $z = y - xe^{x} - 1$.

1) Trouver une équation différentielle (E') satisfaite par z et déterminer sa solution générale.

2) Déduire la solution générale de (E) et trouver une solution particulière y de (E) qui vérifie y(0) = 0.

B- Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = (x - 1)e^{x} + 1$ et l'on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) a- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Donner f(2) sous forme décimale .

b- Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et déduire une asymptote (d) à (C).

c- Vérifier que la courbe (C) coupe son asymptote (d) au point E( 1 ; 1).

2) a- Calculer f '(x) et dresser le tableau de variations de f.

b- Démontrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion.

3) Tracer la droite (d) et la courbe (C).

4) a- Démontrer que la fonction f admet sur $[0 ; +\infty[$ une fonction réciproque g.

b- Tracer la courbe représentative (G) de g dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

c- Calculer l'aire du domaine limité par les deux courbes (C) et (G).