وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات

امتحانات شهادة الثانوية العامة
فرع العلوم العامة

دورة سنة 2006 العادية

عدد المسائل: ست

مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: أربع ساعات

الاسم:
الرقم:

ملاحظة: يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I – (1,5 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, **en justifiant**, la réponse qui lui correspond.

Nº	Questions	Réponses a	b	c	d
1	$z=-2e^{-i\frac{\pi}{6}}$. Un argument de z est :	$\frac{-\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
2	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{12}=$	1	$2\sqrt{2}$	2^6	-1
3	$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\dots+C_n^n=$	2^n	$n!$	n^2	$2n$
4	a est un entier naturel. Soit les propositions : p : a est pair. q : $a \geq 20$. La proposition $\neg(p\wedge q)$ est :	a est impair et $a<20$	a est impair et $a\geq 20$	a est impair ou $a<20$	a est pair ou $a<20$
5	si $F(x)=\int_1^x\sqrt{1+t^2}\,dt$, alors $\lim\limits_{x\to 1}\frac{F(x)}{x-1}=$	1	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$

II- (2,5points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k})$, on donne le plan (P) d'équation $2x + y - 2z - 2 = 0$ et les points $A(-1\,;\,1\,;\,3)$, $B(1\,;\,2\,;\,1)$ et $C(0\,;\,4\,;\,1)$.

1) Montrer que la droite (AB) est perpendiculaire en B au plan (P).

2) Soit (T) le cercle dans le plan (P) de centre B et de rayon $\sqrt{5}$.
Montrer que le point C appartient à (T).

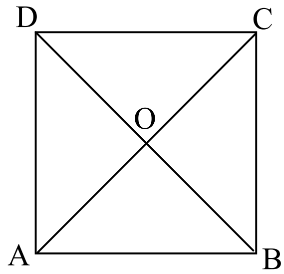
3) Ecrire une équation du plan (Q) déterminé par A, B et C.

4) On désigne par (d) la droite perpendiculaire en C au plan (Q).
a- Donner un système d'équations paramétriques de (d).
b- Calculer la distance de A à (d).
c- Démontrer que la droite (d) est tangente au cercle (T).

III- (3 points)

Dans un plan orienté on donne un carré direct ABCD de centre O tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$.

Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et h l'homothétie de centre C et de rapport 2 et on désigne par S la transformation $r \circ h$.



1) Déterminer la nature de S et préciser son rapport et son angle.
2) On désigne par W le centre de S.
a- Montrer que S(C) = D et que S (O) = B.
b- Donner une construction du point W et préciser les étapes de cette construction.
3) Le plan est rapporté au repère orthonormé $(A\,;\,\overrightarrow{AB}\,,\,\overrightarrow{AD})$.
a- Ecrire la forme complexe de S et déduire l'affixe du centre W.
b- Déterminer le transformé par S du carré ABCD.

IV- (2 points)

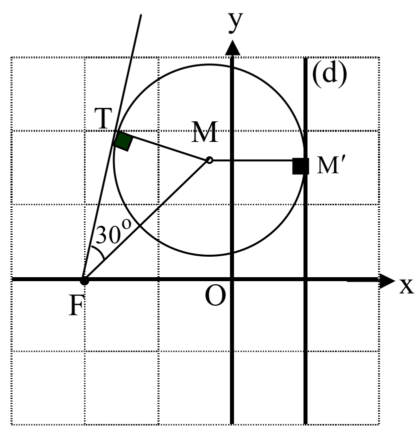
Une urne contient **dix** boules : **cinq** boules blanches, **deux** rouges et **trois** vertes.

1) On tire simultanément et au hasard **trois** boules de cette urne.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « **tirer trois boules de la même couleur** »
B : « **tirer au moins une boule rouge** »

2) On tire au hasard et successivement **deux** boules de la façon suivante :
On tire une première boule ; si elle est blanche on la remet dans l'urne et on en tire une seconde boule.
Si elle n'est pas blanche, on la garde à l'extérieur de l'urne et on tire une seconde boule.
On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches tirées.
a- Montrer que $P(X = 1) = \frac{19}{36}$.
b- Déterminer la loi de probabilité de X.

V- (3,5 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, on considère le point $F(-2 ; 0)$ et la droite (d) d'équation $x = 1$.
Soit (C) un cercle variable de centre M tel que :
- La droite (d) est tangente en M' à (C).
- (FT) est tangente à (C) en T.
- L'angle TFM reste égale à 30º.



1) Démontrer que $\frac{MF}{MM'}=2$ et déduire que M décrit une conique (H) dont on précisera la nature, le foyer , la directrice et l'excentricité.

2) Vérifier que les points O et A (4 ; 0) sont les sommets de (H) et en déduire le centre et le second foyer de (H).

3) a- Ecrire une équation de (H) et déterminer ses asymptotes.
b- Vérifier que le point B (6 ; 6) est un point de (H) et écrire une équation de la tangente (Δ) en B à (H).
c- Tracer (Δ) et (H).

4) Soit (D) le domaine limité par la conique (H), la tangente (Δ) et la droite d'équation $x = 4$.
Calculer le volume engendré par la rotation de (D) autour de l'axe des abscisses.

VI- (7,5 points)

A- Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=3x+\sqrt{9x^2+1}$ et (G) sa courbe représentative dans un repère orthonormé .

1) a- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et montrer que la droite d'équation y = 6x est une asymptote à (G).

b- Montrer que l'axe des abscisses est une asymptote à (G) en – ∞.

2) Vérifier que g est strictement croissante sur IR.

3) Tracer la courbe (G).

B- Soit f la fonction donnée par f(x) = ln (g(x)) et (C) sa courbe représentative dans un autre repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) a- Justifier que le domaine de définition de f est IR .

b- Calculer f(x) + f(-x) et prouver que O est un centre de symétrie de (C).

2) a- Vérifier que $f'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{9x^2+1}}$.

b- Ecrire une équation de la tangente (d) en O à (C).

c- Montrer que O est un point d'inflexion de (C).

3) a- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et vérifier que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$.

Déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

b- Dresser le tableau de variations de f.

4) a- Tracer la droite (d) et la courbe (C).

b- L'équation f(x) = x admet trois racines dont l'une α est positive.

Montrer que $2,7 < \alpha < 2,9$.

5) a- Démontrer que la fonction f admet sur son domaine de définition une fonction réciproque h et tracer sa courbe représentative (H) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

b- Montrer que $h(x)=\dfrac{1}{6}(e^{x}-e^{-x})$.

6) On suppose que $\alpha = 2,8$.

Calculer l'aire des deux régions du plan limitées par les deux courbes (C) et (H).