وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحانات الشهادة الثانوية العامة فرع علوم الحياة	دورة سنة2004الاستثنائية
عدد المسائل:اربع	مسابقة في الرياضيات المدة : ساعتان	الاسم : الرقم :

ملاحظــة: يُسمح بإستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو إختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

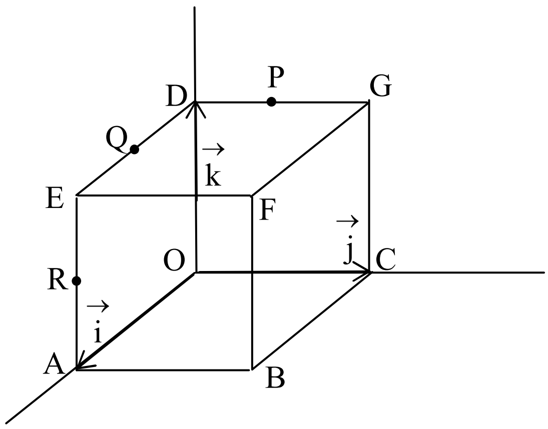
I- (3,5 points).

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on donne les points A , B et M d'affixes respectives -1 , 4 et z , et soit M' le point d'affixe z' tel que $z' = \dfrac{z-4}{z+1}$ $(z \neq -1)$.

1) Dans le cas où $z = 1+i$, écrire z' sous forme algébrique et donner sa forme exponentielle .
2) Déterminer les valeurs de z lorsque $z' = z$.
3) a- Donner une interprétation géométrique de $|z+1|$ et de $|z-4|$.
   b- Sur quelle ligne se déplace le point M lorsque $|z'| = 1$?

II- (3,5 points).

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$,on donne le cube OABCDEFG tel que : A(1 ; 0 ; 0) , B(1 ; 1 ; 0) et F (1 ; 1 ; 1) .
On désigne par P, Q et R les milieux respectifs des segments [DG] , [DE] et [AE] .



1) a- Montrer que $2x + 2y + 2z - 3 = 0$ est une équation du plan (PQR).
   b- Démontrer que le plan (PQR) passe par le milieu de [AB] .
   c- Démontrer que les plans (PQR) et (BEG) sont parallèles .

2) a- Quelle est la nature du quadrilatère EGCA ?
   b- Soit M un point variable de la droite (AC) .
   Montrer que $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{GF}$.

III-(4 points).

Un test à choix multiple est constitué de **trois** questions indépendantes ; le candidat doit répondre à toutes les questions.
Pour chacune des questions deux réponses sont proposées dont une seule est juste.

Un candidat répond au hasard à chacune de ces trois questions .

1) a- Montrer que la probabilité qu'il donne des réponses justes aux trois questions est égale à $\dfrac{1}{8}$.

b- Soit l'événement E : « parmi les trois réponses du candidat il y a exactement deux réponses justes » .
Calculer la probabilité de E.

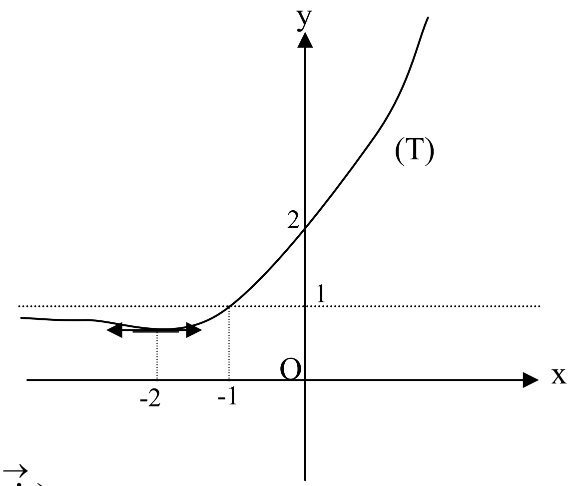
2) Le barème attribue **+5** points à chaque réponse juste et **-3** points à chaque réponse non juste .
On désigne par X la variable aléatoire égale à la note globale obtenue par le candidat sur ce test.
a- Déterminer les 4 valeurs possibles de X .
b- Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance mathématique E (X).

IV-(9 points).

Soit l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = x + 1$.

1) On pose $y = z + x + 3$.
a- Ecrire une équation différentielle (E') satisfaite par z et résoudre (E') .
b- Déduire la solution générale de (E).

2) Soit f une solution particulière de (E) .
La courbe (T) ci-contre est la courbe représentative de la fonction f ' **dérivée** de f .
Montrer que $f(x) = xe^{x} + x + 3$.



***On désigne par* (C) *la courbe représentative de la fonction* f *dans un repère orthonormé* $(O; \vec{i}, \vec{j})$; *unité 2cm* .**

3) a- Calculer f(1) et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
b- Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et démontrer que la droite (d) d'équation $y = x + 3$ est une asymptote à (C) .
c- Déterminer , suivant les valeurs de x, les positions relatives de (C) et (d).
d -Vérifier que I (-2 ; $1 - \dfrac{2}{e^2}$) est un point d'inflexion de la courbe (C) .

4) a- Vérifier que f est strictement croissante sur IR et dresser son tableau de variations.
b-Tracer (d) et (C).
c- Calculer ,en cm^2, l'aire du domaine limité par la courbe (C), la droite (d) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.