

Application de l'analyse à la géométrie (MVA006)
Rattrapage 2019-2020 ⌚ 2h :00



Documents permis
Groupe B

Examen proposé par : J.SAAB
pour le centre de Beyrouth et les antennes regionales

Exercice 1 (16 points) Déterminer la nature au point $t = 0$ des arcs suivants :

1. $t \longrightarrow (x(t) = -t^2 - 2t^3, y(t) = -t^3 - t^5)$
2. $t \longrightarrow (x(t) = t^2 + t^3, y(t) = -t + t^2)$

Exercice 2 (18 points) : On considère la fonction réelle de deux variables réelles

$$f(x, y) = xy - \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}y^4$$

1. Calculer les dérivées partielles premières et secondes de $f(x, y)$.
2. Montrer que f admet trois points critiques et les déterminer.
3. En étudiant le wronskian de f en chacun des points critiques, trouver les natures de ces points..

Exercice 3 (16 points) Soit la fonction paire $r = \sin(\frac{2}{3}\theta)$. Vérifier que l'on peut réduire le domaine d'étude de $r(\theta)$ à $[0, \frac{3\pi}{4}]$ en précisant la périodicité et les axes de symétrie que possède cette fonction.

Exercice 4 (16 points) : Soit D le domaine défini par

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

Calculer $\int \int \int_D x dx dy dz$.

Exercice 5 (18 points) On considère le domaine D de \mathbb{R}^2 défini par

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \leq x \leq 3, y \geq 2, x + y - 5 \leq 0\}.$$

Calculer l'aire de $\int \int_D \frac{1}{(x+y)^3} dx dy$.

Exercice 6 (16 points) Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & 3 & -3 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Montrer que A est inversible et trouver son inverse.