

Application de l'analyse à la géométrie (MVA006)
 Rattrapage 2019-2020 ⌚ 2h :00



Documents permis
 Groupe A

Examen proposé par : J.SAAB
 pour le centre de Beyrouth et les antennes regionales

Exercice 1 (18 points) On considère la fonction réelle de deux variables réelles

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

1. Montrer que f admet un seul point critique M_0 et le déterminer.
2. Comparer $f(M_0)$ à $f(0, y)$ et puis à $f(x, 0)$, $x, y \in \mathbb{R}$, pour déterminer la nature de M_0 .
3. En étudiant le wronskian de f au point M_0 , retrouver la nature de M_0

Exercice 2 (16 points) Déterminer la nature au point $t = 0$ des arcs suivants :

1. $t \longrightarrow (x(t) = t + 2t^2 - t^3, y(t) = t + 2t^2 - t^7)$
2. $t \longrightarrow (x(t) = -t + t^2, y(t) = t^3 + t^2)$

Exercice 3 (16 points) Soit la fonction plane $r = \sqrt{\cos 2\theta}$. Vérifier que l'on peut réduire le domaine d'étude de $r(\theta)$ à $[0, \frac{\pi}{4}]$ en précisant la périodicité et les axes de symétrie que possède cette fonction.

Exercice 4 (18 points) : On considère le domaine D de \mathbb{R}^2 défini par

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq 0, x - y + 1 \geq 0, x + 2y - 4 \leq 0\}.$$

Calculer $\int \int_D x dx dy$.

Exercice 5 (16 points) Soit D le domaine défini par

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

Calculer $\int \int \int_D x dx dy dz$.

Exercice 6 (16 points) Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -2 & -1 & 3 \\ 3 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

Montrer que A est inversible et trouver son inverse.