Université Libanaise — *Examen Final*
ISAE - CNAM — *Septembre 2012*

MVA003 - Automates, codes et graphes
durée: 3h - documents non autorisés

Exercice 1 Soit $K = \{a, ab\}$ et $L = \{a, aa, ab\}$ deux langages définis sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$

a) Donner $K \cup L, K \cap L, K \circ L$ et $L \circ K$

b) Donner l'ensemble $K^3 = K \circ K \circ K$

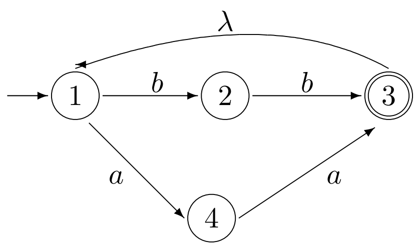
c) Montrer que $K^* \subset L^*$

d) A-t-on $L^* \subset K^*$? justifier

e) Donner un AFN qui accepte le langage L

f) Déduire un AFN qui accepte le langage L^*

Exercice 2 On considère l'AFN ci-dessous défini sur $\Sigma = \{a, b\}$,



a) Donner tous les mots de longueur 4 acceptés par cet automate

b) Utiliser le lemme de départ pour trouver le langage accepté par cet AFN

c) Convertir cet AFN à un AFD équivalent

Exercice 3 Soit les langages $L_1 = (a+ab)^*a$ et $L_2 = a^*+(ba)^+b$ définis sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$

a) Utiliser le théorème de Kleene pour construire deux automates finis N_1 et N_2 qui acceptent L_1 et L_2 respectivement

b) Déduire un automate qui accepte $L_1 \circ L_2$

Exercice 4 Soit le polynôme $g(X) = X^4 + X^3 + X^2 + 1$

a) Montrer que $g(X)$ est le polynôme générateur d'un code cyclique C de longueur 7 dont on donnera une matrice génératrice G; Quelle est sa dimension ?

b) Le mot $u = X^3 + 1$ est-il un mot du code ? justifier

T.S.V.P

Exercice 5 Soit C le code binaire dont la matrice génératrice G est la suivante

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Mettre G sous forme réduite échellonnée, puis préciser la dimension de ce code

b) Donner la distance de C; combien d'erreurs ce code peut détecter ? corriger ?

c) Donner un mot qui ne peut pas être corrigé par C

d) Donner la matrice de contrôle H du code C

e) Le mot $u = 0011110$ est-il un mot du code ? sinon peut-il être corrigé ?

- même question pour le mot $v = 1111001$

f) Donner tous les mots du code dual $C^{\perp}$

Exercice 6 Soit C_1 et C_2 les deux codes cycliques de longueur 12 généré par $g_1(x) = x^2 + 1$, et par $g_2(x) = x^3 + 1$ respcetivement

a) Mettre $g_1(x)$ et $g_2(x)$ sous forme de produit de polynômes irréductibles

b) Donner $g_3(x)$, le ppcm des deux polynômes $g_1(x)$ et $g_2(x)$

c) Montrer que $g_3(x)$ génére un code cyclique C_3 de longueur 12