

MVA003 - Automates, codes et matrices
durée: 3h - documents non autorisés

Exercice 1 Donner la forme réduite échelonnée de la matrice suivante:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & -1 & 4 & -1 & 10 \\ 3 & 7 & -1 & 8 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 a) Calculer le déterminant de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k & 2k-1 \\ 1 & k & 1 & 2-k \\ k & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Pour quelles valeurs du paramètre k , la matrice A est inversible ?

Exercice 3 Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

a) Calculer A^2 et A^3

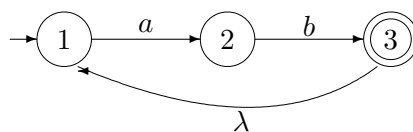
b) Vérifier que $A^3 - 9A = -8I_3$

c) Dédire que A est inversible, et donner A^{-1}

Exercice 4 a) Donner un automate fini qui accepte le langage $L = (ab)^*b \cup a^+b^*a$

a) Dédire un autmate qui accepte L^*

Exercice 5 On considère l'AFN suivant sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$



a) Donner les équations de départ, puis déduire la langage accepté par cet automate

b) Donner un AFN équivalent mais sans λ -transition

c) Donner un AFD qui accepte le même langage

(vous pouvez soit convertir l'AFN soit construire l'AFD directement)

Exercice 6 Soit C le code binaire dont la matrice génératrice G est la suivante:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Mettre G sous forme réduite échelonnée
- b) Donner la dimension de C et sa distance
- c) Combien d'erreurs ce code peut détecter ? corriger ?
- d) Donner sa matrice de contrôle H
- e) Le mot 0011110 est-il un mot du code ? sinon peut-on le corriger ?
- f) Mêmes questions pour le mot 1111001