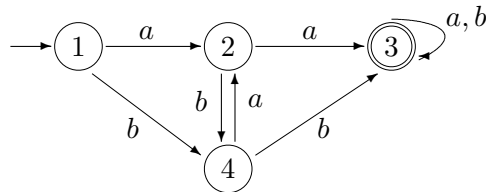
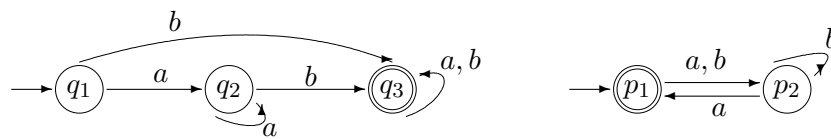


MVA003 - Automates, codes et graphes
durée: 3h - documents non autorisés

Exercice 1 a) Donner le langage accepté par l'AFD ci-dessous:

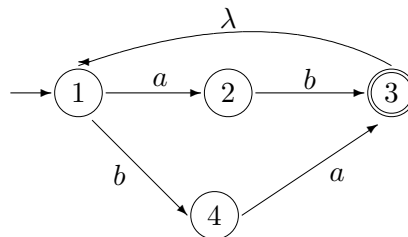


b) Soient les deux automates M_1 et M_2 suivants:



Donner un automate qui accepte le langage $L(M_1) \cap \overline{L(M_2)}$

Exercice 2 On considère l'AFN ci-dessous défini sur $\Sigma = \{a, b\}$,



- Donner tous les mots de longueur 4 acceptés par cet automate
- Utiliser le lemme de départ pour trouver le langage accepté par cet AFN
- Convertir cet AFN à un AFD équivalent

Exercice 3 Soit les langages $L_1 = (a + bb)^+a$ et $L_2 = b + ab + abb$ définis sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$

- Utiliser le théorème de Kleene pour construire deux automates finis N_1 et N_2 qui acceptent L_1 et L_2 respectivement
- Déduire un automate qui accepte $L_1 \circ L_2$
- Déduire un automate qui accepte $(L_2)^+$

Exercice 4 Vérifier que $x^4 + 1 = (X + 1)(X + 1)(X + 1)(X + 1)$, puis déduire tous les codes cycliques possible de longueur 4

(donner la matrice génératrice et préciser la dimension de chacun de ces codes)

Exercice 5 Soit le codage suivant:

$$\begin{aligned}\varphi : B^2 &\rightarrow B^6 \\ ab &\rightarrow ab(a+b)ab(a+b)\end{aligned}$$

- a) Montrer que ce code est linéaire
- b) Donner la matrice génératrice; préciser la dimension et la distance de code
- c) Donner la matrice de contrôle H de ce code
- d) Les mots $u = 110100$ et $v = 011011$ sont-ils des mots du code ? sinon peuvent-ils être corrigés ?
- e) Soit c_0 un mot du code transmis, et m le message reçu. Si $p = 0.1$ est la probabilité qu'un bit donné soit mal transmis, quelle est la probabilité que c_0 diffère de c_1 par exactement un seul bit ?

Exercice 6 Montrer que le code linéaire de matrice génératrice

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

est cyclique et trouver son polynôme générateur