

Est autorisé:
 Calculatrice programmable

Rattrapage
Automates, Codes, Graphes- MVA004

1. 15 pts) On considère sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ les langages suivants:

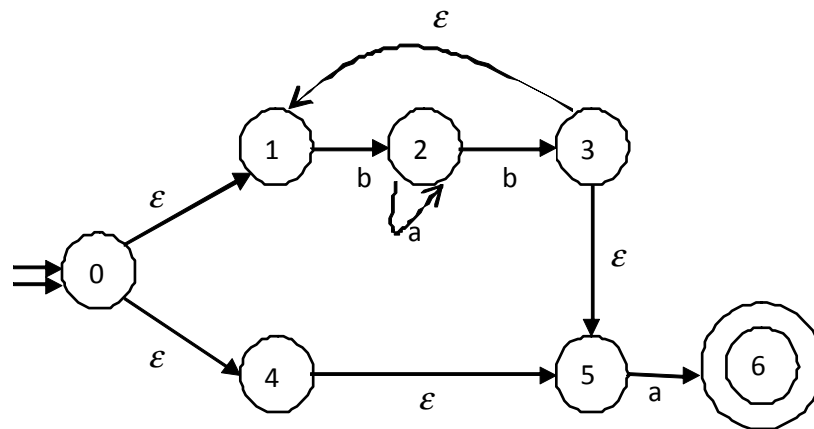
$$U = \{w : w \text{ contient plus de } a \text{ que de } b\}$$

$$A = a^*b^*$$

$$B = \{w : w = a^p b^q, p > q\}$$

- (a) 4pts) Donner tous les mots u de longueur $|u| \leq 3$ appartenant à $U \cap A$
- (b) 4pts) Exprimer B en fonction de U et de A . Justifier
- (c) 5+2pts) Trouver le langage X tel que $X = UX + b$. Donner tous les mots $u \in X$ de longueur $|u| < 3$.

2. (25pts) On considère sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ le langage L reconnu par l'automate A suivant:



(A)

- (a) 4pts) Donner tous les mots acceptés par A et de longueur inférieure ou égale à 4.
- (b) 7pts) Ecrire les équations de départ de A et résoudre le système obtenu. En déduire une expression régulière du langage L .
- (c) 7pts) Construire un automate déterministe B qui accepte le langage L .
- (d) 7pts) Construire à partir de B un automate minimal C qui accepte le langage L .

3. 15 pts) On considère sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ les langages $L_1 = (ba + a)^*$ et $L_2 = b^*$

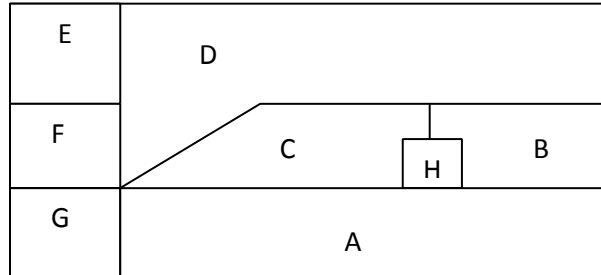
- (a) 5pts) Construire deux automates finis M_1 et M_2 qui acceptent L_1 et L_2 respectivement.
- (b) 5pts) Dédire un automate fini qui accepte $L_1 + L_2$.
- (c) 5pts) Dédire un automate fini qui accepte $(L_1)^+$

4. 20pts) On considère le code linéaire défini par la matrice de contrôle H suivante:

$$t_H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) 4pts) Montrer que ce code linéaire peut corriger une seule erreur.
- (b) 2pts) Ce code est-il un code de Hamming? Justifier
- (c) 4pts) Donner la matrice génératrice G
- (d) 5pts) Donner tous les mots de code
- (e) 5pts) Donner la liste des syndromes du codage linéaire

5. 25pts) Huit pays sont représentés ci-dessous avec leur frontière (deux pays dont les frontières n'ont qu'un nombre fini de points ne sont pas considérés comme voisins, ex: C et G ne sont pas voisins, étant donné qu'ils n'ont qu'un seul point commun)



- (a) 4pts) Représenter cette situation par un graphe G d'ordre 8 dont les sommets sont les pays et les arêtes les frontières.
- (b) 3pts) Ce graphe est-il complet? Connexe? Justifier
- (c) 3pts) Donner le degré de chaque sommet. Dédire le nombre d'arêtes.
- (d) 2pts) Donner la distance entre les sommets A et E . Expliquer
- (e) 3pts) Quel est le diamètre de G ? Expliquer
- (f) 5pts) Est-il possible de partir d'un pays et d'y revenir après avoir franchi chaque frontière une fois et une seule? Expliquer
- (g) 5pts) Est-il possible de partir d'un pays, de franchir chaque frontière une fois et une seule et de terminer dans un autre pays? Expliquer