

Rattrapage
Automates, Codes, Graphes- MVA004

1. (25points) On considère un code linéaire $C = (7, 4)$: $n = 7$ longueur du code, $k = 4$ longueur du message initial; dont la matrice génératrice est donnée par

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Donner tous les mots de code et donner d_{\min} la distance minimale associée à C
(b) Trouver H la matrice de contrôle associée à ce code
(c) Calculer le syndrome du vecteur reçu $R = [1101101]$. Est-il un mot de code?
(d) Combien ce code peut-il détecter? corriger?

2. (25points) On considère le code polynomial $[10;6]$ défini par le polynôme $g(X) = X^4 \oplus X \oplus 1$

- (a) Donner la matrice génératrice G du code associé à $g(X)$
(b) Donner la matrice génératrice G' du code systématique associé à $g(X)$
(c) Ce codage est-il cyclique?
(d) Donner, par deux méthodes, le mot de code du bloc 101100 :
1. En utilisant la matrice G'
2. Par la division du polynôme associé à ce bloc par $g(X)$
(e) Donner la matrice de contrôle de ce code, et trouver le syndrome du message $m = 0111001110$
(f) Retrouver $\sigma(m)$ en utilisant le polynôme associé à m

3. (25points) On désigne par $\Sigma = \{a, b\}$, l'alphabet et soit L_a le langage de Σ^* formé de tous les mots qui commencent par a et L_b le langage formé des mots qui se terminent par b .

- (a) Construire un automate qui reconnaît L_a et un automate qui reconnaît L_b
(b) Construire un automate déterministe qui reconnaît la réunion $L_a \cup L_b$
(c) Construire un automate déterministe qui reconnaît l'intersection $L_a \cap L_b$ c'est à dire le langage contenant les mots qui commencent par a et se terminent par b
(d) Construire un automate qui reconnaît L_a^* et décrire ce langage, soit intuitivement, soit en résolvant un système.

4. (25points) On considère sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ le langage $L = ab^*(\varepsilon + a\Sigma^*)$

- (a) Construire un automate minimal du langage complémentaire de L , soit un automate minimal qui reconnaît \bar{L}

(b) Lorsqu'on calcule l'automate minimal du langage complémentaire reconnu par un automate A , c'est à dire, on cherche l'automate minimal qui reconnait \bar{L} avec $L(A) = L$, faut-il:

1. calculer d'abord l'automate minimal de A puis compléter;
2. calculer d'abord le complémentaire de A et puis l'automate minimal;
3. l'ordre n'est pas important.

Justifier.
