

Final
Automates, Codes, Graphes- MVA004

1. (20points) Soit le code systématique C défini par les équations de parité suivantes:

$$\begin{aligned}c_1 &= d_2 + d_3 + d_4 \\c_2 &= d_1 + d_2 + d_3 \\c_3 &= d_1 + d_2 + d_4 \\c_4 &= d_1 + d_3 + d_4\end{aligned}$$

où $[d_1, d_2, d_3, d_4]$ sont les bits d'informations et $[c_1, c_2, c_3, c_4]$ sont les bits de parité (bits de redondance) d'un mot de code. Un mot de code s'écrit donc $[d_1, d_2, d_3, d_4, c_1, c_2, c_3, c_4]$

- Déterminer les paramètres : n , longueur du code; k , longueur du mot d'information; r , la dimension du code ainsi que le rendement τ de C .
- Lister tous les mots de code de C et déterminer la distance minimale d_{\min} du code
- Combien d'erreurs ce code peut-il détecter et combien d'erreurs peut-il corriger?
- Donner une matrice génératrice G sous forme systématique
- Déterminer la matrice H du code C . Quel est le code dual du code C ?
- On reçoit les mots $R_1 = 11111111$, $R_2 = 00010111$. Les mots R_1 et R_2 sont-ils des mots de code? Si oui justifier, sinon corriger.
- On décide de construire un nouveau code C' en ne gardant de C que les mots de code de poids 4. Le code C' est-il un code linéaire? Justifier.

-
2. (20points) On considère le code polynômial de $B^4 \longrightarrow B^7$ dont le polynôme générateur est

$$g(x) = x^3 \oplus x \oplus 1$$

- Déterminer la matrice génératrice G de ce code.
- Ce code est-il cyclique?
- En utilisant des opérations sur $g(x)$, donner une matrice canonique G' équivalente à G
- On reçoit le mot $R = 1010111$. Vérifier, en utilisant $g(x)$, si R est un mot de code. Calculer son syndrome en se servant de $g(x)$. Comment est-il corrigé?

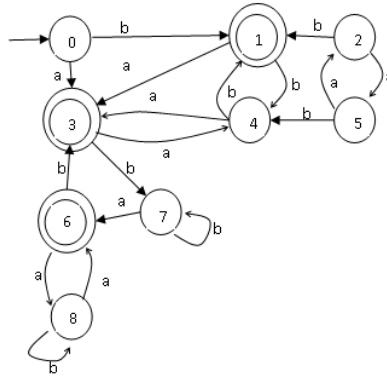
-
3. (60points) Les questions suivantes sont indépendantes

- (20pts) Tracer un automate à 4 états reconnaissant le langage:

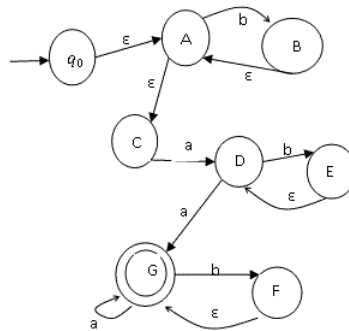
$$\{a, ab, ba\}^*$$

Déterminer cet automate

(b) (20pts) Donner un automate déterministe minimum qui est équivalent à l'automate suivant



(c) (15pts) Quel est le langage reconnu par l'automate ci dessous? Déterminiser cet automate



(d) (5pts) Construire un automate qui reconnaît le langage $L = b^*a^+b(a+b)^*$