7

a) $LL^* = L(\{\varepsilon\} \cup L \cup L^2 \cup \dots)$ 2

$= L \cup L^2 \cup \dots = L^+$ vraie

2 b) $LL^* = L^+ = L^* - \{\varepsilon\}$ vraie sauf si L contient $\{\varepsilon\}$

donc en generale c'est faux

2 c) $L^* = \varepsilon + L^+ = \varepsilon + LL^*$

d) $(KL)^* K = K(LK)^*$.

$w \in (KL)^* K$; $w = (\alpha\beta)^n \gamma$, $\alpha \in K$, $\beta \in L$, $\gamma \in K$

$w = \underbrace{\alpha\beta\ \alpha\beta\ \dots\ \alpha\beta}_{n \text{ fois}}\gamma = \alpha(\beta\alpha\beta\alpha \dots \beta\gamma) \in K(LK)^n$

7

donc $w \in K(LK)^*$

et vice versa. D'où $(KL)^* K = K(LK)^*$.

e) $a^* b^* - T = \{a^i b^j / i = j\}$ faux.

2