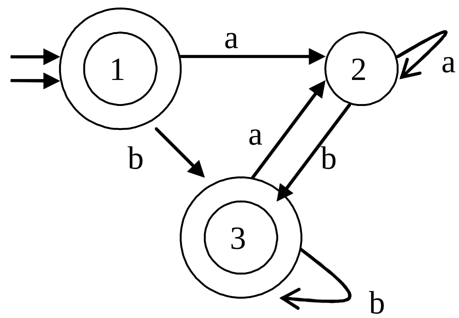
Conservatoire National
des Arts et des Métiers
CNAM-Liban
ISSAE

Prof: J.SAAB

Automates, Codes et Graphes
Fiche de TD2

---

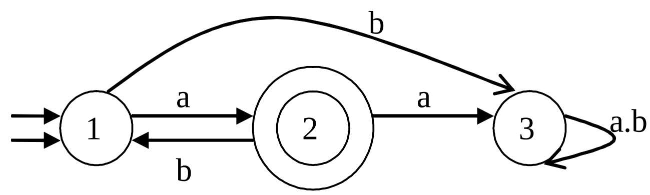
1. Ecrire les systèmes de départ et d'arrivée de l'automate M suivant puis les résoudre. Donner le langage de M.



(M)

---

2. On considère l'automate M suivant:



(M)

   (a) Ecrire les systèmes de départ et d'arrivée de (M)
   (b) Résoudre les deux systèmes
   (c) Déduire que $(ab)^*a = a(ba)^*$

---

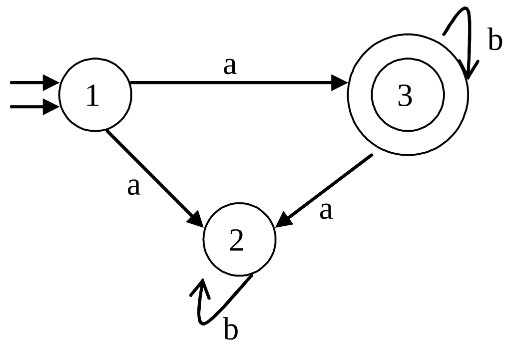
3. Construire, en utilisant la méthode de Gluskov, un automate fini qui accepte le langage L sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ dans les cas suivants:
   $a)\ \ L = aab^*ab,$ $\quad b)L = a^*b\Sigma^+,$ $\quad c)L = b + ab + aab,$ $\quad d)\ (a + b)^*(abb + \varepsilon)$

---

4. Construire en utilisant la méthode de Gluskov, un automate qui accepte le langage $L = a^*bc^*$ sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b; c\}$

---

5. Déterminiser l'automate suivant et donner son langage:



---

6. On considère le langage $L = b^2 + a^2 + ba + a^2b$ sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$

   (a) Construire un automate fini qui reconnaisse L

   (b) Déduire un automate fini qui reconnaisse L^*

---

7. On considère l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$

   (a) Donner tous les éléments de Σ^3

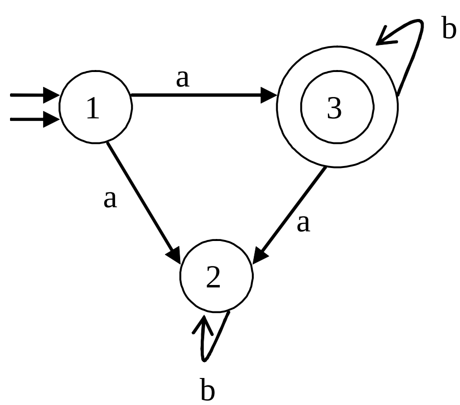
   (b) Construire un automate fini qui accepte tous les mots de Σ^3

   (c) Déduire la construction d'un automate fini qui accepte tous les mots de longueur divisible par 3

   (d) Construire un AFD qui accepte tous les mots de longueur non divisible par 3

---

8. Déterminiser l'AFN suivant:



---

9. Sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$ on considère le langage $L = b + ab + aab$

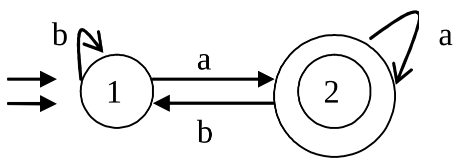
   (a) Construire un automate fini qui reconnaisse L

   (b) Construire un automate fini qui reconnaisse L^*

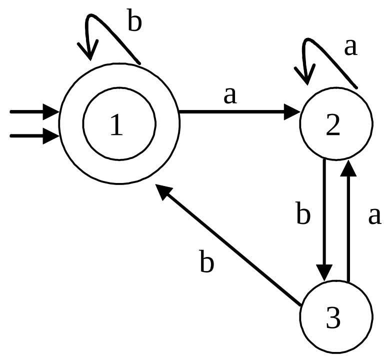
10. Soit $\Sigma = \{0;1\}$, construire un automate fini qui reconnaisse:
   (a) $L_1 = 001^*01$
   (b) $L_2 = 0^*1\Sigma^*$

---

11. On considère les AFD suivants sur l'alphabet $\Sigma = \{a;b\}$



(M_1)

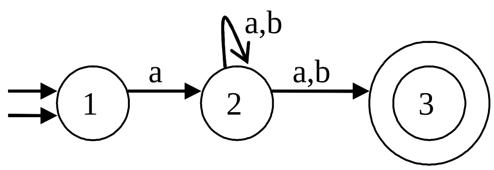


(M_2)

   (a) Trouver L_1 et L_2 les langages de M_1 et M_2 respectivement
   (b) Construire un automate fini qui reconnaisse $L_1 + L_2$
   (c) Construire un automate qui reconnait $L_1.L_2$
   (d) Construire un automate qui reconnait L_1^* et puis $\overline{L_1^*}$

---

12. On considère l'automate suivant sur l'alphabet $\Sigma = \{a;b\}$:



(M)

   (a) Les mots suivants sont-ils acceptés par M : a^2ba, $abab$, baa
   (b) Construire un AFD équivalent à M

---

13. Construire un AFD qui accepte le langage L sur l'alphabet $\Sigma = \{0,1\}$ dans chacun des cas suivants:
   (a) L est l'ensemble de tous les mots contenant exactement quatre "0"
   (b) L est l'ensemble de tous les mots contenant "0101"
   (c) L est l'ensemble de tous les mots commençant par "0" et de longueur impaire, ou tous les mots commençant par "1" et ayant une longueur paire
   (d) L est l'ensemble de tous les mots de longueur au plus 5

---

14. Construire un automate fini qui reconnaisse tous les mots de longueur impaire sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$

---

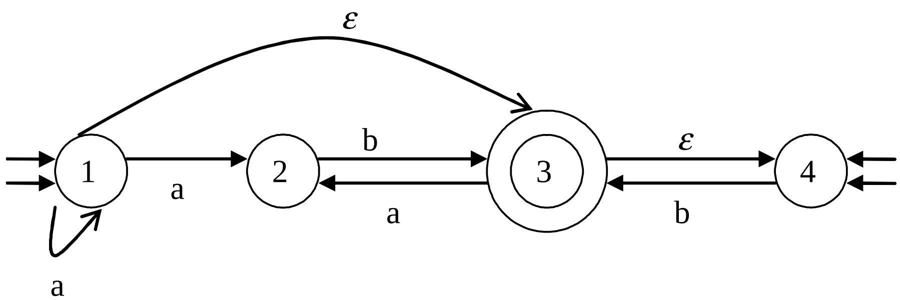
15. Construire sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$ un automate fini qui reconnaisse tous les mots w tels que $|w| = 4k + 1,\ k \in \mathbb{N}$

---

16. Construire sur l'alphabet $\Sigma = \{1; 0\}$ un AFD qui reconnaisse tous les mots contenant les lettres "0" ou "1" exclusivement

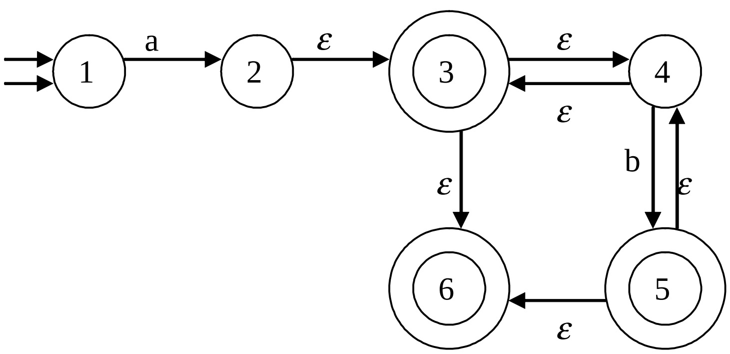
---

17. Déterminiser le $AFN - \varepsilon$ suivant:

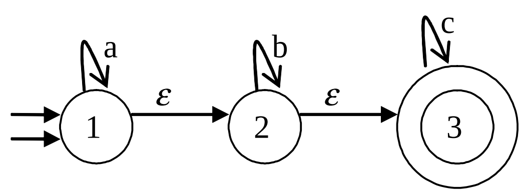


---

18. Simplifier les $AFN - \varepsilon$ suivants puis trouver leur langage:



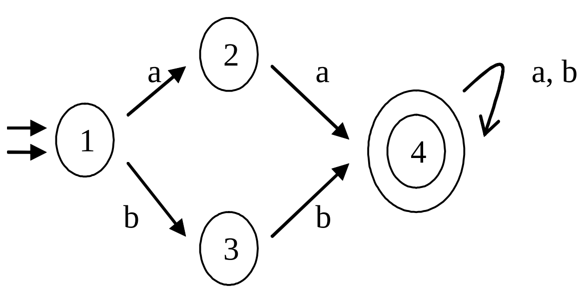
(M_1)



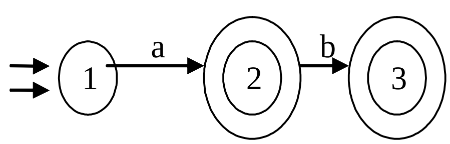
(M_2)

---

19. On considère les automates M_1 et M_2 suivants sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$



(M_1)



(M_2)

(a) Trouver les langages $L_1 = L(M_1)$ et $L_2 = L(M_2)$

(b) Construire, en utilisant le théorème de Kleen un AFD qui reconnaisse $L_1 + L_2$

---

20. On prend l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$

    (a) Construire en utilisant le théorème de Kleen, un automate fini qui reconnait $L_1 = (ab)^*$

    (b) Construire en utilisant le théorème de Kleen, un automate fini qui reconnait $L_2 = (ba)^*$

    (c) Construire en utilisant le théorème de Kleen, un automate fini qui reconnait $L_1 + L_2$

---

21. Soit le langage $L = b^*a^+b\Sigma^*$ sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$

    (a) Construire un AFD qui reconnaisse L

    (b) Utiliser le théorème de Kleen pour déduire la construction d'un AFD qui reconnait $\overline{L}$

    (c) Déduire une expression régulière du langage $\Sigma^*\backslash L$

---

22. On considère l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$

    (a) Construire un AFN à quatre états, ayant un état initial et un état acceptant, et qui reconnaisse le langage $L = a\Sigma^*a + b\Sigma^*b$.

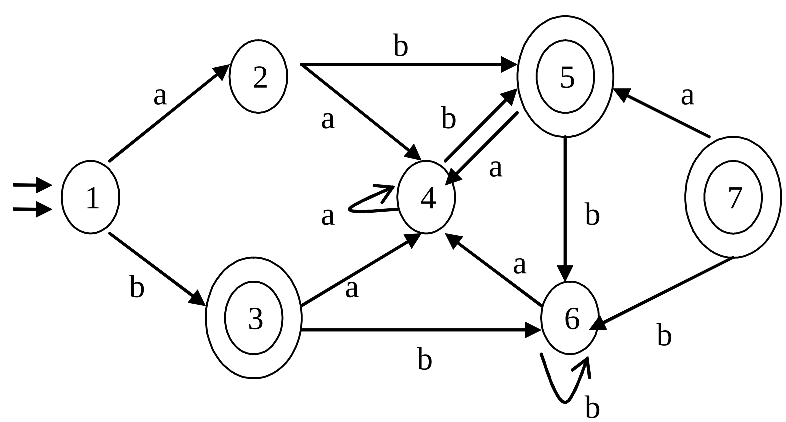
    (b) Utiliser le théorème de Kleen pour construire un automate équivalent

---

23. On considere $L_1 = a + ab,\ L_2 = ab + ba;$ Contruire un automate qui reconnait $L_1 \cap L_2$

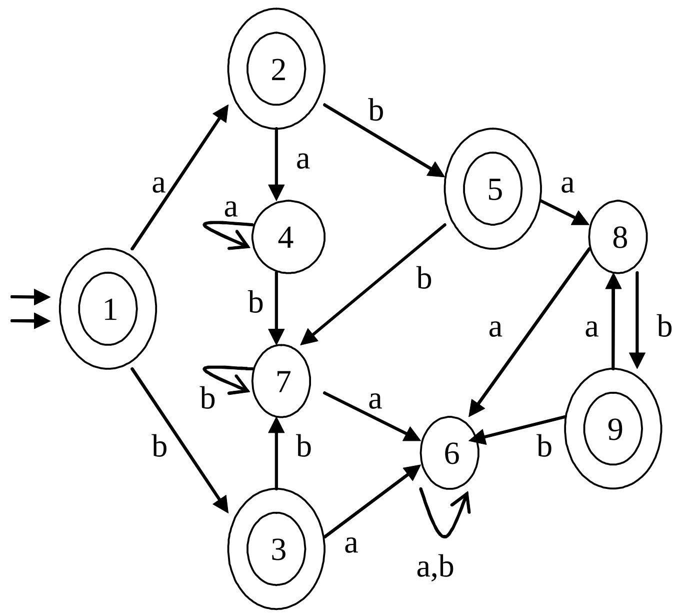
---

24. Réduire par la méthode de partition l'automate suivant construit sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$:



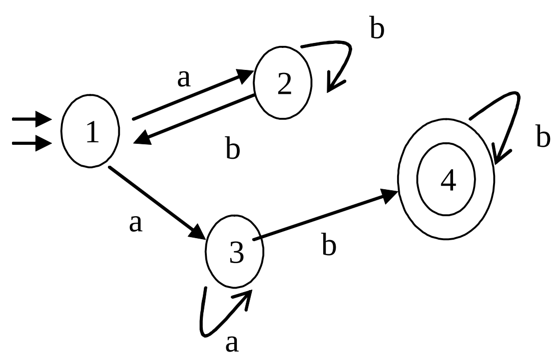
---

25. Réduire par la méthode de partition l'automate suivant construit sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$:



---

26. On considère l'automate M suivant sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$:



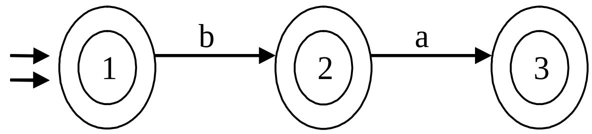
(M)

(a) Trouver le langage de M

(b) Déterminiser puis minimiser M

---

27. On considère l'automate M suivant sur l'alphabet $\Sigma = \{a; b\}$:



(M)

(a) Donner le langage $L = L(M)$ de l'automate

(b) Donner la liste des mots de L^* de longueur ≤ 3

(c) Construire un automate B qui reconnait L^*

(d) Déterminiser B pour obtenir l'automate C et donner $L(C)$

(e) Réduire C

(f) A-t-on $(bb^*a)^*b^* = (ba + b)^*$?
