

1. Trouver les primitives des fonctions suivantes:

a) $\frac{2x+1}{x^2+x-3}$, b) $\frac{\sin x}{\cos^2 x}$, c) $\frac{e^x}{e^x+1}$, d) $\frac{x}{x^2+2}$, e) $\tan x$, f) $\frac{1}{(1+x^2) \arctan x}$

2. En utilisant l'intégration par parties, évaluer:

a) $\int 2x \arctan x dx$, b) $\int \arctan x dx$, c) $\int x^2 \ln x dx$
 d) $\int x e^{-x} dx$, e) $\int x^2 \cosh x dx$ f) $\int (x^2 + 7x - 5) \cos 2x dx$

3. Evaluer:

a) $\int \frac{2x+3}{x^2-5x+6} dx$, b) $\int \frac{2x-1}{x^2-2x+5} dx$, c) $\int \frac{2x+3}{2x+1} dx$, d) $\int \frac{4}{x^3+4x} dx$, e) $\int \frac{dx}{(x-1)^2 x^2}$
 f) $\int \frac{2x^2}{x^4-1} dx$, g) $\int \frac{x^4+x^2}{x^2+x-2} dx$,

4. Evaluer:

a) $\int \sin^3 x dx$, b) $\int \cos^2 x dx$, c) $\int \frac{2}{1+\sin x} dx$
 d) $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$,

5. Trouver les primitives suivantes:

a) $\int \tanh^3 x dx$, b) $\int \cosh^2 x dx$, c) $\int \cosh x (\cosh x + \sinh x) dx$
 d) $\int \frac{dx}{\cosh x}$,

6. a) $\int \frac{dx}{4+\sqrt{x}}$, b) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$, c) $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-x^2}}$, d) $\int \frac{dx}{\sqrt{x(x-1)}}$

7. Evaluer:

a) $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$, b) $\int \frac{1}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} dx$, c) $\int \sin 5x \cos 3x dx$, d) $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$

8. Evaluer les primitives suivantes:

$I = \int \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx$ $J = \int \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$

9. Calculer:

a) $\int_0^{e-1} \ln(1+x) dx$ b) $\int_0^1 \arctan x dx$ c) $\int_{-1}^1 x e^x dx$ d) $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$

10. Etablir les inégalités

a) $|\int_0^1 \frac{\cos nx}{x+1} dx| \leq \ln 2$

b) $|\int_1^{\sqrt{3}} \frac{e^{-x} \sin x}{x^2+1} dx| \leq \frac{\pi}{12e}$

11. Soit

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx \quad n \in \mathbb{N}$$

Calculer I_0 , I_1 et trouver une formule de récurrence entre les I_n .

12. Soit $I_n = \frac{1}{n} \int_0^1 \frac{\sin x}{1+x^2} dx$, $n \in \mathbb{N}$

Montrer que $|I_n|$ est bornée et calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$

13. Evaluer sans calcul l'intégrale suivante:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\cos^3 x + \sin^3 x} dx$$

14. Soit f une fonction continue sur $[0, 1]$, on pose:

$$I = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \frac{nf(x)}{1+n^2x^2} dx, \quad n \in \mathbb{N}$$

(a) Montrer qu'il existe $\varepsilon \in]0, \frac{1}{\sqrt{n}}[$ tel que $I = f(\varepsilon) \text{Arc tan } \sqrt{n}$

(b) En déduire la limite de I quand $n \rightarrow \infty$

15. Soit

$$I_n = \int_0^1 \tanh x^n dx \quad n \geq 2$$

Trouver une formule de récurrence entre les I_n .

16. Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continue telle que pour tout $x \in [a, b]$, on a $f(a+b-x) = f(x)$. Montrer que

$$\int_a^b xf(x) dx = \frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx$$

En déduire la valeur de $I = \int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$
